Mathématiques avancées pour la mécanique

Niveau L3 - **Semestre** S6 - **Crédits** 6 ECTS - **Code** LU3ME113 – **Mention** Licence Mécanique- parcours Mono-disciplinaire Intensif

Objectif : Ce module s'adresse à des étudiants qui souhaitent renforcer leurs connaissances en mathématiques et les élargir en vue d'une poursuite d'études exigeante en master en mécanique ou en première année d'une grande école d'ingénieur.

Contenu de l'Unité d'Enseignement.

Partie 1 - Analyse fonctionnelle et numérique : applications aux EDP

Formulation variationnelle des problèmes elliptiques : approche variationnelle, formules de Green, formulation variationnelle, théorie de Lax-Milgram, cadre abstrait, application au Laplacien.

Espaces de sobolev : fonctions de carré sommable et dérivation faible, quelques rappels d'intégration, dérivation faible, les espaces $H^1(\Omega)$ et $H_0^1(\Omega)$, comparaison avec les distributions, Traces et formules de Green, Un résultat de compacité, Les espaces $H^m(\Omega)$.

Etude mathématique des problèmes elliptiques : étude du Laplacien, conditions aux limites de Dirichlet, conditions aux limites de Neumann, Inégalité de Poincaré, Inégalité de Korn, résolution d'autres modèles (Système de l'élasticité linéarisée, Équations de Stokes).

Méthode des éléments finis : Approximation variationnelle et approximation interne générale, méthode des éléments finis (principes généraux), éléments finis en dimension N = 1 (Éléments finis P_1, Convergence et estimation d'erreur, Éléments finis P_2, Propriétés qualitatives), éléments finis en dimension N ≥ 2 (Éléments finis triangulaires, Convergence et estimation d'erreur, Éléments finis rectangulaires).

Partie 2 - Analyse complexe

Fonction de la variable complexe : nombres complexes, opérations algébriques, fonctions complexes, dérivation, exemple de fonction non dérivable, conditions de Cauchy.

Fonctions holomorphes : définition et propriétés, fonction réciproque, exemples de fonctions holomorphes.

Fonctions multiformes : Etude de $f(z) = z^{1/2}$, notion de coupure, généralisation à $z^{1/n}$, points singuliers et points critiques, Fonctions e^z, circulaires et hyperboliques, la fonction $Ln(z)$.

Formule intégrale de Cauchy : Formule de Green-Riemann, déformation continue d'un arc de courbe et arcs homotopes, Ouvert connexe et simplement connexe, intégration d'une forme différentielle complexe, théorème de Cauchy et applications, formules de Cauchy.

Séries de fonction de variables complexes : Rappels des différentes notions de convergence et théorèmes de continuité, de dérivabilité et d'intégration, série entière et fonctions analytique, séries de Laurent et points singuliers, théorème des résidus, lemme de Jordan, applications au calcul intégral.

Prérequis. Connaissances de mathématiques et compétences acquises en L2 S3 et S4 à SU dans les unités de la majeure LU2ME006 et LU2ME003 et en L3 LU3ME008 et LU3ME009.

Volumes horaires présentiel et hors présentiel.
Heures présentielles totales : 40 h CM-TD intégrés. Travail personnel attendu : de l'ordre de 70.

Évaluations. Evaluations écrites sous forme d'un contrôle intermédiaire, d'un partiel et d'un examen final.

Bibliographie.

- G. Allaire, *Analyse numérique et optimisation*, Ed. Ecole Polytechnique, Collection Physique, (2005),
- J. Chaskalovic, *Méthodes mathématiques et numériques pour les EDP*, E. Lavoisier, (2013).
- P. Travel, *Analyse complexe pour la Licence 3*, Ed. Dunod, (2006),
- A. Iordan et V. Michel, *Analyse complexe – Fonctions holomorphes d'une variable*, Ed. Dunod, (2021),

Responsable. Joël Chaskalovic, Enseignant-chercheur, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Département de Mécanique, Faculté des Sciences, Sorbonne Université.