

Intitulé de l'Unité d'Enseignement	Statistique et transformées linéaires pour la mécanique	Code	3A102
------------------------------------	--	------	--------------

Descriptif de l'unité

Volumes horaires globaux (CM + TD + TP+ projet, autre...)	CM 22h + TD 22h + TP 12h
Nombre de crédits	6 ECTS
Année de Licence et période	L3- S5 CMI mécanique et sur complémentaire

1. Objectifs de l'Unité d'Enseignement

Ce cours a pour but de présenter des outils mathématiques pour la mécanique basés sur les statistiques et les transformées linéaires (Fourier et Laplace). Ce cours est scindé en deux blocs d'importance égale.

Le premier bloc est une introduction au calcul de probabilité, la discipline qui étudie les lois qui gouvernent les phénomènes aléatoires et qui est de plus en plus centrale pour la physique, la mécanique et les sciences de l'ingénieur. Ce cours vise à présenter les concepts fondamentaux et certains résultats importants, sans être formel. Pour rendre plus claires les motivations, une partie du cours est consacrée à illustrer l'importance de ces concepts dans les applications, notamment en mécanique et physique. Il sera possible de retrouver des résultats connus de thermodynamique comme des conséquences simples du calcul de probabilité. Notamment des notions de théorie cinétique des gaz seront données dans ce cadre. Le lien avec la simulation numérique sera clairement présenté dans le cours ainsi qu'à l'aide des TP.

Le deuxième bloc a pour but de présenter une série d'outils basés sur le principe de "transformée" ou de "décomposition" qui permettent de résoudre

de nombreux problèmes classiques de mécanique. Les problèmes abordés seront des problèmes linéaires, i.e. on pourra toujours leur appliquer le principe de superposition. Un grand nombre de problèmes différents issus de différentes branches de la mécanique (thermique, acoustique, fluide, solide, ...) seront abordés.

2. Contenu de l'Unité d'Enseignement

- Introduction et Exemples : Des exemples pris de la mécanique et de la physique seront présentés pour clarifier l'importance de maîtriser les concepts du calcul de probabilité.
- Axiomes : Un peu d'histoire. Ensembles. Définition de probabilité et de densité de probabilité. Variables aléatoires discrètes et continues. Concept de indépendance. Quelques exemples. Probabilité et monde réel.
- Quelques résultats avec un peu de formalisme: Faux paradoxes et probabilité conditionnée. Valeurs moyennes. Valeurs moyennes conditionnées. Fonctions génératrices. Composition de probabilité et probabilité marginale. Quelques distributions remarquables. Applications en thermodynamique. Entropie.
- Systèmes avec beaucoup de variables, théorèmes limites : Loi des grands nombres ; Théorème central de la limite ; Fluctuations en mécanique statistique (*optionnel*), Quelques Applications en finance. Fonctions de Gamma et approximation de Stirling (*optionnel*).
- Introduction aux processus stochastiques : Mouvement Brownien. Random walk. Applications numériques.
- Séries de Fourier
- Transformées de Fourier
- Transformées de Laplace

3. Pré-requis

Combinatoire, Séries, intégrales, nombres complexes, Résolution d'équations différentielles ordinaires à

coefficients constants.

4. Références bibliographiques

- Reichl LE (1998), A Modern Course in Statistical Physics., Wiley
- Gnedenko BV (1976), The theory of probability, MIR Ed. Moscow
- Peliti L (2012) Statistical Mechanics in a Nutshell. Princeton University Press
- Renyi A (2000), Calcul des probabilités, Jacques Gabay Ed.
- Einstein A (1956), Investigations on the Theory of the Brownian Motion, Dover Publications
- Marchiano R., note de cours, Transformées de Fourier et de Laplace : Résolution de problèmes classiques en mécanique

5. Compétences développées dans l'unité

- Capacité à faire le lien entre l'aléatoire et la mécanique
- Savoir reconnaître un système linéaire (identification des entrées et des sorties)
- Comprendre la notion de transformée